Über die innere Reibung zäher und plastisch-fester Substanzen

und die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

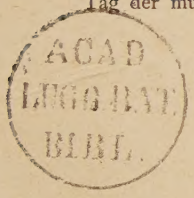
Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen

vorgelegt von

Heinrich Glaser

aus Kaiserslautern.

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Dezember 1906.



Erlangen.

K. b. Hof- und Universitätsbuchdruckerei von Junge & Sohn.

1906.

Referent: Prof. Dr. E. Wiedemann.
Dekan: Prof. Dr. H. Lenk.

Meiner lieben Mutter

gewidmet.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41542702_0124

Einleitung.

Unter plastisch-festen Körpern verstehen wir solche, die sich gegen schnelle Deformationen wie feste Körper, gegen langsame dagegen plastisch verhalten. Man kann sie auch als Flüssigkeiten mit sehr großer innerer Reibung auffassen. Das Verhalten derselben ist u. a. deshalb besonders wichtig, weil neuere Untersuchungen gezeigt haben, daß das glühende Magma im Erdinnern wahrscheinlich Eigenschaften besitzt, die mit denen eines solchen Körpers in vielen Punkten übereinstimmen[1]).

Besonders charakteristisch ist dessen Verhalten in bezug auf die innere Reibung. Zur Bestimmung derselben sind sehr verschiedene Methoden angewendet worden, darunter auch die der Strömung durch Röhren, die bei Flüssigkeiten zuerst von Poiseuille benutzt wurde und nach ihm benannt ist. Diese Methode, die sich bei Flüssigkeiten bestens bewährt hatte, versuchte zuerst Barus[2]) auf plastisch-feste Körper anzuwenden. Er preßte Marineleim durch eine Kapillare, und ein Versuch von 7 Monaten Dauer ergab für den Koëffizienten der inneren Reibung:

$$\eta = 2 \cdot 10^8 [\mathrm{g\,cm^{-1}\ sek^{-1}}]$$

---

[1]) Siehe Doelter, Petrogenesis, erschienen in den Monographien der Wissenschaft, S. 3 ff.

[2]) C. Barus, Phil. Mag. (5) 29, S. 337. 1890.

Darnach bestimmte Heydweiller[1]) η aus der Geschwindigkeit, mit der das Niveau einer durch die Verengung einer Röhre gepreßten Substanzsäule sich verschob. Er verwandte zu seinen Versuchen Menthol, das bei 41,4° erstarrte. Den Reibungskoëffizienten berechnete er nach der Formel:

$$\eta = \frac{g \cdot h \cdot s \cdot R^4}{3 \cdot l \cdot r^2 \cdot a};$$

hierin bedeutet R den Halbmesser, l die Länge der durch die Verengung gepreßten Substanzsäule, h den zum Durchpressen dienenden Druck in cm Hg, s das spezifische Gewicht des Quecksilbers, r den Halbmesser des engen Steigrohrs und a die Niveauänderung in demselben während des Versuches.

Heydweiller fand bei flüssigem Menthol $\eta = 0{,}0689$ bei 56,9°. Bei 43,4°, also in der Nähe des Erstarrungspunktes, betrug er 0,1368, und stieg bei überschmolzenem Menthol auf 0,2505. Beim Übergang in den festen Zustand wuchs η auf das 10^{10}fache der obigen Werte an.

Weiter hat in neuester Zeit R. Ladenburg[2]) eingehende Untersuchungen über die innere Reibung sehr zäher Flüssigkeiten angestellt, die er hauptsächlich nach der Stokesschen Methode der fallenden Kugeln, teilweise auch nach der Poiseuilleschen Methode der Strömung durch Röhren ausgeführt hat. Er untersuchte Gemische von Kolophonium mit Terpentinöl und fand bei der von ihm benutzten, ziemlich niedrigen Konzentration

$$\eta = 1308.$$

Kurz vorher hat R. Reiger[3]) ausführliche Untersuchungen über die Anwendbarkeit der Poiseuilleschen Methode auf zähe

---

[1]) A. Heydweiller, Wied. Ann. 63, S. 56. 1897.

[2]) R. Ladenburg, über die innere Reibung zäher Flüssigkeiten und ihre Abhängigkeit vom Druck, Münchener Diss. 1906.

[3]) R. Reiger, über die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes bei zähflüssigen und festen Körpern, Ann. d. Phys. 19. S. 985—1006. 1906.

und plastisch-feste Körper veröffentlicht. Als Versuchssubstanz benutzte er Kolophonium, dem er durch wechselnde Zusätze von Terpentinöl verschiedene Zähigkeitsgrade erteilte. Er untersuchte diese Gemische unter den verschiedensten Verhältnissen und fand, daß das Poiseuillesche Gesetz in erster Annäherung auch bei sehr zähen und plastisch-festen Körpern gilt. Bei seinen Gemischen ergaben sich Reibungskoëffizienten von

$$\eta = 3{,}01 \cdot 10^6$$
$$\text{bis } \eta = 1{,}32 \cdot 10^9,$$

bei Temperaturen von 8,2 bis 9,0°.

Er kontrollierte die Ergebnisse seiner Versuche durch die Ermittelung von η aus der Deformation einer Ebene in dem weiten Teil der von ihm verwandten Durchflußröhren und fand dadurch die nach Poiseuille gefundenen Werte bestätigt. Die Abweichung betrug nur 3,4%.

Sowohl die Untersuchungen von R. Reiger als auch die außerordentlich sorgfältigen Messungen von R. Ladenburg hatten aber schon gezeigt, daß sich innerhalb der von beiden angewandten Versuchsbedingungen geringe Abweichungen vom Poiseuilleschen Gesetz ergaben, — ein Umstand, den R. Ladenburg trotz der großen Genauigkeit seiner Methode auf Versuchsfehler schieben zu müssen glaubte. Zweck der vorliegenden Arbeit war es nun, zu untersuchen, ob nicht die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes bei sehr zähen und plastisch-festen Körpern von bestimmten Bedingungen abhängt, welches diese sind, und wie weit die Gültigkeitsgrenzen des Gesetzes gesteckt sind.

Über die Gültigkeitsgrenzen des Poiseuilleschen Gesetzes bei Flüssigkeiten liegt eine Anzahl Untersuchungen vor. So hat schon Poiseuille eine Abhängigkeit von der Röhrenlänge festgestellt; er fand, daß nur sehr lange Röhren konstante

Resultate für η ergaben. E. Hagenbach [1]) hat dann eine Formel aufgestellt, um die bei kurzen Röhren zu groß erscheinenden Reibungskoëffizienten zu korrigieren. Dieselbe lautet:

$$\eta = \frac{p \cdot \pi \cdot R^4 \cdot t}{8 \cdot l \cdot V} - \frac{s \cdot V}{\sqrt[3]{2^{10}} \cdot \pi \cdot g \cdot l}$$

Hierin, sowie in allen folgenden Formeln und Tabellen, bedeutet:

η = Koëffizient der inneren Reibung;
p = Druck, unter dem das Durchfließen erfolgt
R = Radius der Durchflußröhre
V = Durchflußvolumen
t = Durchflußzeit
s = spezifisches Gewicht der untersuchten Flüssigkeit
g = Beschleunigung der Erdschwere.

Dann ist von O. Reynolds [2]) eine Arbeit erschienen, in der er theoretische und experimentelle Untersuchungen anstellt über die Gesetze der Flüssigkeitsströmung in Röhren. Er findet, daß nur in sehr engen Röhren die Theorie der ineinander gleitenden Flüssigkeitszylinder zutrifft, während bei größeren Durchmessern energieverzehrende Wirbel auftreten, welche die Durchflußgeschwindigkeit herabsetzen und so die innere Reibung zu groß erscheinen lassen.

In neuester Zeit ist dann noch eine Arbeit von A. Fausten [3]) erschienen, die als unteren Grenzwert für die Länge ca. 45 cm findet; bei kürzeren Röhren muß die Hagenbachsche Korrektion eintreten, da sich sonst zu große Werte ergeben würden.

---

[1]) Hagenbach, über die Bestimmung der Zähigkeit, Pogg. Ann. 109, S. 358 ff.

[2]) O. Reynolds, Trans. Lond. Roy. Soc., CVXXIV, S. 935—983.

[3]) A. Fausten, Versuche zur Bestimmung einer allgemeinen Formel zum Berechnen der Ausflußgeschwindigkeit beim Fließen des Wassers durch Röhren, Bonn. Diss. 1906.

Die bisher gefundenen Abweichungen vom Poiseuilleschen Gesetz lassen sich ohne weiteres aus Umständen ableiten, die bei der Aufstellung der empirisch gefundenen Formel vernachlässigt wurden; sie sind nicht prinzipieller Natur, sondern lassen sich durch zusätzliche Korrektionsglieder ausgleichen. Dagegen steht in Frage, ob nicht irgendwelche prinzipielle Abweichungen vorhanden sind, die von der molekularen Beschaffenheit der Versuchssubstanz herrühren können. Zur Prüfung dieser Frage müssen die sehr zähen und plastisch-festen Körper als besonders geeignet erscheinen, da bei ihnen die innere Reibung so groß wird, daß zu ihrer Bestimmung verhältnismäßig weite Röhren verwandt werden müssen. Dadurch wird man unabhängig von den Fehlerquellen, die in der Enge der Kapillaren begründet sind, und erlangt überhaupt eine viel größere Bewegungsfreiheit und Sicherheit der Beobachtung.

Die große Analogie im Verhalten der plastisch-festen Körper mit dem der Flüssigkeiten läßt es von Interesse erscheinen, zuerst nach Möglichkeit Einblick in die Vorgänge zu erhalten, die sich beim Strömen wenig zäher Flüssigkeiten durch Kapillaren abspielen. Zu den diesbezüglichen Untersuchungen wurde Terpentinöl benutzt, das nur wenig zäher ist als Wasser. Sein Verhalten war besonders von Interesse, da es späterhin dazu dienen sollte, in Verbindung mit Kolophonium sehr zähe und plastisch-feste Gemische herzustellen.

I. Abschnitt.

Terpentinöl.

1. Apparate.

Zur Untersuchung des Terpentinöls wurde im wesentlichen die Anordnung benutzt, wie sie Sprung, G. Wiedemann, Pribram, Handl, Wagner u. a. und zuletzt G. Haffner[1]) angewendet und beschrieben haben.

In einem Wasserbade, das zur Herstellung und Konstanthaltung der gewünschten Temperatur diente und von einem elektromotorisch betriebenen Turbinenrührer in Zirkulation gehalten wurde, befand sich der Reibungsapparat (Fig. 1), aus 2 symmetrischen Hälften K K bestehend, zwischen denen mittels weicher Kautschukschläuche eine Kapillare A auswechselbar befestigt war. Die eine Kugel wurde zwischen 2 Marken, die sich an den oben und unten anschließenden Röhren befanden, geeicht, und ergab so das Durchflußvolumen V.

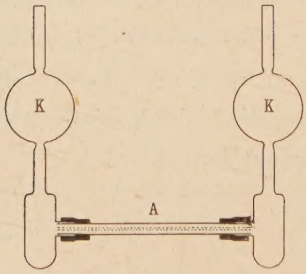


Fig. 1.

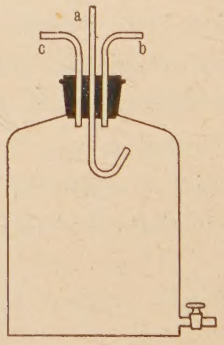


Fig 2.

Die oberen offenen Enden der beiden Apparathälften waren durch Schläuche mit je einem Dreiweghahn verbunden, durch

[1]) Siehe hierüber: G. Haffner, über die innere Reibung von alkoholischen Lösungen, Erl. Diss. 1902.

den die betreffende Seite entweder mit dem Druckluftbehälter oder der freien Luft in Verbindung gesetzt wurde.

Der zum Durchpressen der Flüssigkeit nötige Druck wurde dadurch erzeugt, daß von einem in entsprechender Höhe aufgestellten Wasserbehälter, dessen Niveau durch eine Mariottesche Flasche konstant erhalten wurde, ein Schlauch zu einer Druckflasche herabführte (Fig. 2), die auf einem Stativ derart aufgestellt war, daß sie nach oben oder unten verschoben werden konnte, um so die Druckhöhe zu ändern. In den Hals der Flasche waren drei Röhren mittels eines Gummistöpsels luftdicht eingesetzt. An Röhre a, die unten umgebogen war, führte der Schlauch von dem erhöht aufgestellten Wasserbehälter. An b und c waren Schläuche befestigt, die zum Durchflußapparat und zu einem offenen Quecksilbermanometer führten, an dem der Druck abgelesen wurde. Die Flasche war unten mit einem Hahn zum Ablassen des Wassers versehen; in die Druckluftleitung zum Durchflußapparat war eine Chlorkalciumröhre eingeschaltet, um die Druckluft gründlich zu trocknen.

Nachdem die Versuchssubstanz in die eine Seite des Durchflußapparates eingefüllt war, wurde gewartet, bis sie die Temperatur des Wasserbades angenommen hatte. Dann wurde die Verbindung mit dem Druckbehälter hergestellt, und das Durchströmen durch die Reibungsröhre nach der andern Seite begann. Dabei war natürlich diese andere Seite mit der freien Luft in Verbindung. Das durchströmende Volumen wurde mittels Ablesung an den Marken beobachtet und die dazu benötigte Zeit an einer Stechuhr abgelesen. War die Flüssigkeit durchpassiert, so wurde die Verbindung mit der Druckflasche unterbrochen und die mit der freien Luft hergestellt, während jetzt die andere Seite unter Druck gesetzt wurde, so daß die Flüssigkeit wieder zurückströmte, wobei ebenfalls die Zeit zwischen dem Passieren der Marken gemessen wurde. Solche Beobachtungen hin und zurück wurden mehrere male hintereinander

angestellt und dann aus allen das arithmetische Mittel genommen, was ohne weiteres zulässig ist, wie Wetzstein nachgewiesen hat.

Die Berechnung der Resultate erfolgte nach der bekannten Poiseuilleschen Formel

$$\eta = \frac{\pi \cdot p \cdot R^4 \cdot 981 \cdot t}{8 \cdot l \cdot V} \; [cm^{-1}\, g\, sek^{-1}].$$

Zu dieser Formel kommt noch wegen des Einflusses der ungenügenden Rohrlänge die Hagenbachsche Korrektion. (Siehe oben.) Die korrigierte Ausflußzeit soll mit t' bezeichnet werden.

Es folgen nun die Versuche und deren Ergebnisse.

2. Abhängigkeit der inneren Reibung des Terpentinöls von der Temperatur.

Zunächst untersuchte ich die innere Reibung des Terpentinöls von 0^0 bis 85^0, von 5 zu 5^0 fortschreitend. Die zur Berechnung der Versuchsergebnisse notwendigen Apparatkonstanten waren:

$R = 0{,}027$ cm; $l = 10{,}2$ cm

$V = 28{,}41$ cm^3; $p = 142$ cm Wassersäule; $s = 0{,}87$.

Darnach nahm die Hagenbachsche Formel zur Korrektion der Durchflußzeiten die Gestalt an:

$$t' = t - \frac{660}{t}.$$

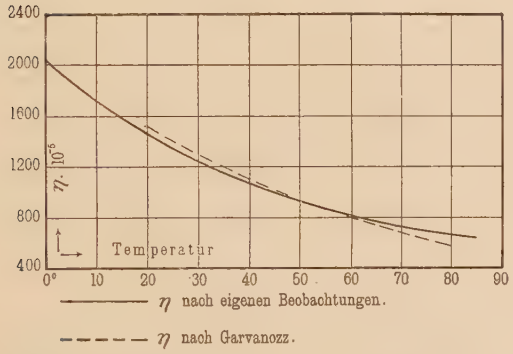
Bei jeder Temperatur wurden 5 Versuche gemacht und aus ihnen das Mittel genommen. Die erhaltenen Werte geben Tabelle 1 und Kurventafel 1. (S. 13.)

Die Tabelle und die Kurven lassen erkennen, daß mit steigender Temperatur die innere Reibung zuerst schnell und dann immer langsamer abnimmt; der Verlauf der Kurven entspricht dem beim Wasser und bei vielen wässerigen und alkoholischen Lösungen beobachteten und bietet nichts außergewöhnliches.

Tabelle 1.

τ^0	t	t′	$\eta \cdot 10^{-5}$	τ^0	t	t′	$\eta \cdot 10^{-5}$
0	386,8	385,1	2248	45	173,8	170,0	989
5	342,1	340,2	1981	50	163,2	159,2	926
10	308,7	306 7	1783	55	154,7	150,4	879
15	281.9	279,6	1626	60	144,8	140,3	821
20	257,5	255,0	1487	65	137,4	132,6	772
25	237,1	234,3	1364	70	130,1	125,0	728
30	218,6	215,6	1272	75	124,9	119,6	696
35	201,9	198,6	1163	80	120,7	115,2	671
40	187,2	183,7	1071	85	117,3	111,6	648

Kurventafel 1.



Die Resultate stimmen gut überein mit den von Garvanoff[1]) veröffentlichten, die jedoch nur von 20° bis 80° reichen, von 10° zu 10° fortschreitend. Die Abweichung meiner Werte von den Garvanoffschen beträgt bei 20°—4% und bei 80° + 8%, so daß eine Kurve, die auf Grund der Garvanoffschen Messungen konstruiert wird, einen steileren Verlauf zeigt, als die von mir gefundene. Da das käufliche Terpentinöl durchaus kein wohl definierter Körper ist, läßt sich diese Abweichung sehr leicht aus Verschiedenheiten in der Zusammensetzung erklären. Jeden-

[1]) Garvanoff, Wien. Ber. 103, II. A. p. 873.

falls war das von Garvanoff benutzte Terpentinöl reicher an leicht flüchtigen Kohlenwasserstoffen, deren innere Reibung mit steigender Temperatur sehr schnell abnimmt.

3. Prüfung des Poiseuilleschen Gesetzes.

Die folgenden Versuche hatten den Zweck, nach einer Gültigkeitsgrenze des Poiseuilleschen Gesetzes zu suchen. Es wurden deshalb der Reihe nach die Durchflußgeschwindigkeit, die Röhrenlänge und der Röhrenradius variiert, um den Einfluß dieser Faktoren zu bestimmen.

a) Die Durchflußgeschwindigkeit.

Reynolds[1]) hat in seiner oben erwähnten Arbeit gefunden, daß eine Vergrößerung der Durchflußgeschwindigkeit Wirbel erzeuge. Bei den Drücken, welche mein Apparat anzuwenden erlaubte, konnte ich dieses Resultat nicht bestätigt finden. Erst bei Röhren von beträchtlicher Weite konnte ich ein Auftreten von Wirbeln beobachten (siehe weiter unten), während bei der Röhre, die zu dem vorliegenden Versuch verwandt wurde, kein Einfluß der Durchströmgeschwindigkeit festgestellt werden konnte.

Die Apparatkonstanten waren:

$V = 28{,}41\ cm^3$; $l = 19{,}2\ cm$ $R = 0{,}027\ cm$

$\tau = 7{,}1^0$; p wurde von 5 bis 240 cm Wassersäure geändert. Die gefundenen Werte gibt Tabelle 2, und zwar wieder als das arithmetische Mittel aus je 5 Versuchen.

Tabelle 2.

p	5	10	20	40	80	160	240
t′	9152	4571	2286	1143	572,1	286,3	143,4
v	1,78	3,61	7,12	14,20	28,50	56,90	85,40
p·t′	45760	45710	45720	45760	45768	45771	45776

[1]) a. a. O. S. 8 dieser Arbeit.

v ist hierin die Durchflußgeschwindigkeit in cm pro Sekunde. Trotzdem dieselbe von 1,78 cm auf 85,4 cm anwächst, ist ein Einfluß derselben nicht zu bemerken; das Produkt $p \cdot t'$ bleibt innerhalb der Fehlergrenze konstant; die maximale Abweichung beträgt 0,14%. Leider gestattete der Apparat keine weitere Erhöhung des Druckes; immerhin aber wurde dargetan, daß die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes in sehr weiten Grenzen von dem angewandten Druck[1]) und damit der Durchflußgeschwindigkeit unabhängig ist.

b) Die Länge der Röhre.

In Bezug auf den Einfluß der Röhrenlänge ist schon aus den Arbeiten Poiseuilles bekannt, daß Röhren unter einer gewissen Länge zu große Werte für η ergeben. Später haben dann E. Hagenbach und A. Fausten — siehe oben — den Einfluss der Röhrenlänge näher untersucht, und Hagenbach hat die bereits mehrfach erwähnte, nach ihm benannte Korrektionsformel aufgestellt.

Immerhin war es aber nicht unmöglich, daß bei sehr kurzen Rohrlängen Umstände auftreten, zu deren Korrektion

---

[1]) Eine ganz andere Frage ist, wie sich die innere Reibung ändert, wenn man die zu untersuchende Substanz selbst unter hohen Druck setzt. So haben Warburg und Babo, Wied. Ann. 17, 1882, S. 390, gefunden, daß unter hohem Druck (105 at) die Zähigkeit der Kohlensäure steigt. Dagegen fand W. C. Röntgen, Wied. Ann. 22, 1884, S 510, für Wasser die umgekehrte Erscheinung, ebenso Warburg und Sachs, ebend. S. 518, die außerdem für Benzol und Äther eine Zunahme der Zähigkeit feststellten. Später fand W. C. Röntgen, Wied. Ann. 1891, S. 98 ff., durch vergleichende Messungen, daß auch bei plastisch-festen Körpern durch hohen Druck eine Steigerung der Zähigkeit stattfindet; er konstatierte bei Marineleim unter 500 at Druck eine Zunahme der Zähigkeit um 20% gegen Atmosphärendruck. In neuester Zeit hat R. Ladenburg in seiner bereits mehrfach erwähnten Arbeit nachgewiesen, daß für eine ziemlich zähe Mischung von Kolophonium und Terpentinöl durch eine Drucksteigerung von 100 at die Zähigkeit um 112% wächst.

auch die Hagenbach'sche Formel nicht mehr ausreicht. Es wurden deshalb in den Apparat nacheinander Röhren verschiedener Länge eingesetzt, die von derselben, ausgesucht gleichmäßigen Kapillare heruntergeschnitten waren. Druck und Radius blieben konstant. Da die Länge des Apparates durch das Einsetzen der langen Röhren so stark anwuchs, daß er in dem Wasserbad nicht mehr untergebracht werden konnte, wurden die Versuche von jetzt ab im Keller vorgenommen, der — es war mitte Winter — eine konstante Temperatur von 7,1° hatte. Um nicht unnötig im Versuchraum weilen zu müssen, wurde aus ihm durch ein dazwischenliegendes Isolierzimmer hindurch nach dem vordersten Zimmer, das geheizt werden konnte, eine elektrische Leitung gelegt, die mit einem Haffner'schen Weckapparat [1]) in Verbindung stand. Derselbe machte den Beobachter auf den bevorstehenden Durchgang der Flüssigkeit durch die Marke aufmerksam.

Untersucht wurden Röhren von 2 bis 128 cm Länge. Tabelle 3 gibt die gefundenen Werte, die wieder die Mittel aus je 5 Beobachtungen sind.

Die Apparatkonstanten waren:

$V = 55{,}53\ cm^3$; $R = 0{,}029$ cm

$p = 142$ cm W.-S. $l =$ variabel.

Tabelle 3.

l	2,1	4,1	5,9	8.1	16,1	31,9	63,9	128,2
t′	69,8	123,1	169,2	217,9	438,1	875,3	1454	3506
$\frac{l}{t'}$	0,0286	0,0325	0,0354	0,0367	0,0365	0,0365	0,0366	0,0364

Nach der Tabelle liegt also die untere Grenze der Röhrenlänge bei ca. 6 cm; darunter erhält man zu große Werte, selbst unter Anwendung der Hagenbach'schen Korrektion.

[1]) G. Haffner, a. a. O., S. 14.

c) Der Radius der Röhre.

Was den Einfluß der Röhrenweite anlangt, so hat O. Reynolds[1]) bei größern Durchmessern das Auftreten von Wirbeln festgestellt, die den Durchfluß verlangsamen. Diese Erscheinung wurde des Nähern untersucht und besonders eine obere Grenze festgelegt, von der ab infolge Wirbelbildung das Poiseuillesche Gesetz nicht mehr galt. Die Versuche, eine untere Grenze zu finden, ergaben wohl ein Ansteigen der Ausflußzeiten; diesen Ergebnissen kann jedoch vorläufig kein Gewicht beigelegt werden, da bei den äußerst engen Kapillaren, die hier in Frage kommen, das kleinste Staubteilchen das Resultat in unkontrollierbarer Weise beeinflußt. Solche kleinste Staubteilchen zu vermeiden, ist jedoch selbst bei der größten Sorgfalt unmöglich. Es wurde daher davon abgesehen, die Ergebnisse der betreffenden Versuche zu verwerten. Im folgenden sind nur die Resultate wiedergegeben, die bei den Untersuchungen gefunden wurden, welche auf die Auffindung einer oberen Grenze gerichtet waren. Da sich bei den vorhergehenden Versuchen der Keller als Versuchsraum gut bewährt hatte, wurden auch diese Beobachtungen wieder darin vorgenommen.

Es war $\tau = 7{,}1^0$; $V = 55{,}53$ cm^3
$l = 15{,}1$ cm; $R =$ variabel
$p = 142$ cm W.-S.

Tabelle 4 gibt die gefundenen Werte, die wieder die Mittel aus je 5 Ablesungen sind.

Tabelle 4.

R	0,004	0,015	0,020	0,032	0,041	0,063
t'	289000	6090	1820	357,1	117,8	22,4
$\eta \cdot 10^{-5}$	1943	1918	1911	1914	1941	2563

[1]) O. Reynolds, a. a. O. S. 935ff.

Die Tabelle läßt deutlich erkennen, daß bis zu einem Radius von etwa 0,04 cm das Poiseuille'sche Gesetz gut gilt, während darüber die Werte zu hoch wurden. Um nun zu versuchen, ob durch eine Verlängerung von solchen Röhren, die eben an der Grenze stehen, das Poiseuille'sche Gesetz wieder zur Geltung gebracht wird, wurde eine Röhre von $R = 0{,}061$ cm und $l = 100$ cm untersucht, ohne daß jedoch irgend ein Erfolg in der angedeuteten Richtung erzielt wurde. η wurde $= 2551 \cdot 10^{-5}$, gegenüber dem richtigen Wert $= 1912 \cdot 10^{-5}$.

Resultate: Die innere Reibung des Terpentinöls nimmt wie bei vielen anderen Flüssigkeiten stetig mit der Temperatur ab, ohne Maxima und Minima aufzuweisen. Bei 0^0 verhält sich seine Zähigkeit zu der des Wassers wie 5:4 (η bei Wasser von $0^0 = 0{,}01797$[1]), bei Terpentinöl $= 0{,}02248$).

Die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes hängt in erster Linie vom Röhrendurchmesser ab; zu weite Röhren — über 0,08 cm Durchmesser — geben zu große Resultate. Erst in zweiter Linie kommt der Einfluß der Röhrenlänge und ev. sehr hohe Durchflußgeschwindigkeit in Betracht. Bei sehr kleinen Durchmessern wurde ein Ansteigen von η beobachtet, jedoch wegen der großen Fehlerquellen nicht in Betracht gezogen.

II. Abschnitt.

Gemische von Kolophonium und Terpentinöl.

Nachdem die Versuche bei Terpentinöl Aufschluß über die Verhältnisse bei einer Substanz geringer Zähigkeit gegeben hatten, wurde dazu übergegangen, solche von höherem η zu

[1]) Nach Kohlrausch.

untersuchen und schließlich die platisch-festen Körper in den Kreis der Beobachtungen zu ziehen.

1. Die Versuchssubstanz.

Als Versuchssubstanz wählte ich nach dem Vorgange von R. Reiger Gemische von Kolophonium und Terpentinöl, die bei abnehmender Größe des Terpentinölzusatzes immer zäher werden und schließlich die Eigenschaften eines plastisch-festen Körpers erlangen. Ein Nachteil des Kolophoniums ist seine chemische Undefiniertheit. Es wird bei der Destillation von Harz als Nebenprodukt des Terpentinöls gewonnen und kommt in meistens sehr verunreinigtem Zustand in den Handel. Dabei schwankt sein Gehalt an leichtflüchtigen Bestandteilen und somit seine Zähigkeit von vornherein sehr stark. Bei der Filtration vor der Verwendung verdampft außerdem ein Teil derselben, wodurch es wesentlich zäher wird. Auch bei dem Bereiten der Gemische und beim Einbringen derselben in den Versuchsapparat wird trotz aller Vorsicht immer etwas verdampfen.

Diesen Nachteilen stehen als Vorteile gegenüber die verhältnismäßig leichte Herstellung und Behandlung der Gemische sowie die leichte Veränderlichkeit der Zähigkeit durch Terpentinölzusatz. Die oben erwähnten Nachteile konnte ich meistens durch geeignete Vorsichtsmaßregeln unschädlich machen. Außerdem konnte ich keine andere Substanz finden, die sich gleich gut für meine Versuche geeignet hätte[1]).

[1]) Versuche mit Gelatine hatten ergeben, daß dieselbe beim Durchpressen durch die Röhre nicht strömte, sondern nur ein gewisses Stück dem Drucke nachgab, bis die Elastizitätsgrenze erreicht war. War dann der Druck genügend hoch, um den Zusammenhang der Gelatine zu zerstören, so erfolgte ein plötzliches Reissen und Hindurchschießen durch den Apparat. Es sind jedoch im hiesigen physikalischen Institut Versuche im Gang, diese Schwierigkeiten zu überwinden.

2. Apparate und Methoden.

a) Das Filtrieren.

Das Filtrieren des der Gleichmäßigkeit halber auf einmal in größerer Menge bezogenen Kolophoniums geschah in einem eigens konstruiertem Heißfilter bei ca. 200°. Figur 3 gibt das Filter wieder, an dem wegen der hohen Temperatur alle Nähte durch doppeltes Falzen oder Hartlöten hergestellt wurden. Als Material diente dünnes Schwarz-

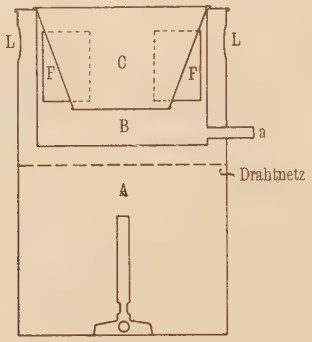


Fig. 3.

blech. Das Filter bestand aus einem zylindrischen, oben offenen Mantel A. Am unteren Teil war eine Öffnung eingeschnitten zum Einbringen eines Bunsenbrenners, und unter dem oberen Rand waren ringsum verteilt 6 kreisförmige Löcher L eingestanzt, um den sich entwickelnden Dämpfen freien Abzug zu gestatten. In ungefähr einem Drittel der Höhe war quer durch den Mantel A ein Drahtnetz gelegt, um ein direktes Anschlagen der Bunsenflamme an die oberen Teile des Apparates zu verhindern. In dem Mantel A von oben eingehängt war das Einsatzstück B, ebenfalls oben offen und unter dem oberen Rand mit 4 reichlich großen, fensterartigen Öffnungen F versehen, um ein Zirkulieren der heißen Luft durch den ganzen Apparat zu ermöglichen. Seitwärts war an B ein Ablaufstutzen a für das filtrierte Kolophonium hart angelötet,

der durch A ins Freie reichte. In B lose eingehängt war der eigentliche Filter C, ein oben und unten offenes konisches Gefäß, dessen unterer Rand einen Wulst trug, um den ein Filtriertuch gebunden wurde. Dieses Filter funktionierte sehr gleichmäßig und verarbeitete jeweils in gleichen Zeiten gleiche Mengen Kolophonium, so daß immer die Filtrierzeit und damit das Verdampfen flüchtiger Bestandteile ziemlich konstant blieb. Die Leistungsfähigkeit des Filters betrug $2^1/_2$ kg pro Stunde. Das Endprodukt war ein Kolophonium von recht konstanter Zähigkeit.

b) Das Bereiten der Gemische.

Beim Bereiten der Gemische war besondere Vorsicht erforderlich, damit von dem zugesetzten Terpentinöl möglichst wenig verdampfte. Deshalb wurden die abgewogenen Mengen von Kolophonium und Terpentinöl in einem Kolben erhitzt, der in einem Heißluftbad von ca. 250° stand, und auf den oben eine wassergekühlte Röhre aufgesetzt war, in der sich die aufsteigenden Dämpfe kondensierten, worauf sie wieder in den Kolben zurückfielen. Dieses Verfahren bewährte sich sehr gut; ein Versuch zeigte, daß aus einer Lösung mit 50% Terpentinölgehalt nach 1stündigem schärfstem Kochen nur $^1/_4$% verdampft war.

Der Erhitzungsprozeß wurde der Gleichmäßigkeit der Erwärmung halber in dem Heißluftofen vorgenommen. Denn bei der großen Zähigkeit und dem schlechten Wärmeleitungsvermögen der Substanz bewirkte das Fehlen von Konvektionsströmungen sehr leicht ein ungleichmäßiges Erhitzen des Kolbens die einen Bruch desselben zur Folge hatten. Ferner gebot die starke Feuergefährlichkeit der Substanz größte Vorsicht.

c) Der Reibungsapparat und das Füllen desselben.

Die Form der Reibungsröhren ist von R. Reiger übernommen und nur unwesentlich abgeändert. C_1, C_2, D in der

Gesamtzeichnung des Versuchsapparates (Fig. 4) stellt die Durchflußröhre dar. Zwischen zwei weitere Glasröhren von ca. 5 cm Durchmesser (C_1 und C_2) war die engere Durchfluß-

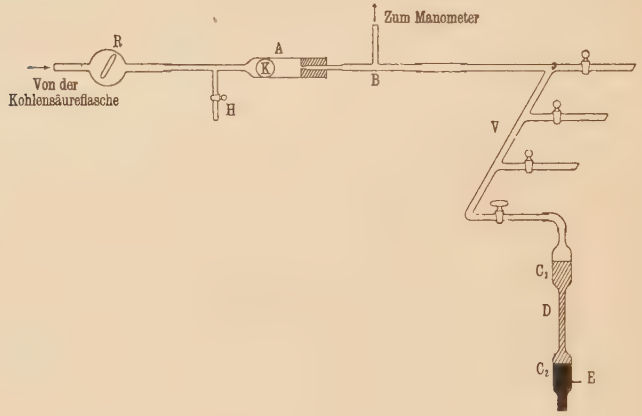


Fig. 4.

röhre D eingeschmolzen. An C_2 war seitlich ein enges Röhrchen E angesetzt, aus dem das Quecksilber ausfloß, das C_2 bis zu Anfang der Verengung nach D hin füllte. Unten war C_2 mit einem Kork verschlossen. In D und darüber in C_1 befand sich die Substanz, welche während des Versuches langsam von C_1 durch D nach C_2 gepreßt wurde, dabei in C_2 das Quecksilber durch E nach außen schiebend, wo es aufgefangen und dem Volumen nach durch Wägung bestimmt wurde.

War ein Versuch in Gang gesetzt, so mußte mit der ersten Ablesung gewartet werden, bis ein konstanter Zustand eingetreten war, da im Anfang die Durchflußvolumina zu groß ausfielen – eine Erscheinung, die auf elastische Kräfte zurückzuführen ist.

Das Einbringen der Substanz in den Reibungsapparat war dadurch sehr schwierig, daß es bei mindestens 150° geschehen mußte. Dabei mußte der Apparat vorher auf diese Temperatur erwärmt werden, damit die Substanz an den

Wänden haftete. Erhitzte man die Röhren mittels eines Bunsenbrenners, so sprangen sie sehr leicht, besonders an den Übergangsstellen von C_1 und C_2 zu D. Außerdem war es bei engen Röhren unmöglich, die Substanz von oben ohne weiteres durch D nach C_2 auf den Quecksilberspiegel zu bringen. Ich nahm deshalb das Einfüllen der Substanz in einem elektrischen Ofen vor, der bei 110 Volt und 4 Ampère 180° gab. Das Rohr wurde bis in C_1 hinein mit Quecksilber gefüllt, in den vertikal stehenden Ofen gebracht und auf die nötige Temperatur erhitzt. Dann wurde die Substanz oben eingegossen und bei E soviel Quecksilber abgelassen, bis sein Spiegel in C_2 die nötige Höhe hatte, was durch 2 einander gegenüberliegende Glimmerfenster beobachtet werden konnte. Dem heruntersinkenden Quecksilberniveau folgte die flüssige Substanz, und das Rohr war in gewünschter Weise gefüllt. Nach dem Einfüllen wurde es in den Versuchsraum gebracht und dort mindestens 24 Stunden stehen gelassen, damit die Substanz sicher dessen Temperatur annahm.

d) Der Druckapparat.

Zur Erzeugung des Druckes, der meistens ca. 150 cm Hg betrug, diente eine Kohlensäureflasche. Auf dieselbe wurde ein Reduzierventil (R) aufgeschraubt, das vom Drägerwerk in Lübeck bezogen war. Mittels desselben konnte man den Druck in beliebiger Höhe bis zu $2^1/_2$ at einstellen. Er blieb dann während des Versuches konstant bis auf $\pm$ 1 mm. An dem Reduzierventil selbst war ein Federmanometer angebracht; ich zog es jedoch vor, den Druck an einem offenen Quecksilbermanometer von ca. 2 m Schenkellänge abzulesen.

Von dem Druckapparat führte ein guter, umklöppelter Gasschlauch zu dem Verteiler (V). Dieser bestand aus einem Glasrohr, an das rechtwinklich vier durch Hähne verschließbare kürzere Röhren angeschmolzen waren. An diese Stutzen

wurden die Durchflußröhren ebenfalls mittels kurzer Schlauchstückchen angeschlossen, so daß ich zu gleicher Zeit 4 Röhren untersuchen konnte.

Um zu verhüten, daß bei etwaigen Brüchen am Apparat, während derselbe ohne Aufsicht war, der Inhalt der Kohlensäureflasche ausströmte, fügte ich in die Schlauchleitung, die vom Reduzierventil ausging, gleich hinter demselben ein Rohrbruchventil ein. In dem weiten Teil einer Glasröhre (A) lag mit einigem Spielraum eine Kugel (K). Der vordere, weite Teil der Röhre war mit einem durchbohrten Stöpsel aus weichem Gummi verschlossen, in dessen Bohrung eine zweite, engere Röhre (B) gesteckt war, aber so, daß sie nicht nach A hineinragte, sondern um einige Millimeter in dem Stöpsel zurückblieb. An B war dann noch ein Stutzen angesetzt, der zum Manometer führte. Trat nun durch einen Bruch des Apparates oder sonstwie ein außergewöhnlich schnelles Ausströmen der Kohlensäure ein, so riß diese die Kugel K in A mit nach vorn und preßte sie kräftig auf die Bohrung des Stöpsels, die so augenblicklich und zuverlässig abgeschlossen wurde. War der Schaden bemerkt und behoben, so wurde nach Schließung des Reduzierventils der Entlüftungshahn (H) geöffnet, worauf Druckausgleich zwischen A und B eintrat, K von selbst zurückfiel und die Bohrung wieder freigab. Das Rohrbruchventil ist mehreremal in Tätigkeit getreten und hat jedesmal den Inhalt der Kohlensäureflasche gerettet.

e) Der Versuchsraum.

Da schon Versuche von R. Reiger gezeigt hatten, in welch hohem Grade die innere Reibung der vorliegenden Versuchssubstanz von der Temperatur abhängt, mußte die größte Sorgfalt darauf verwandt werden, die Versuche, welche oft wochenlang dauerten, bei konstanter Temperatur anzustellen. Sie wurden deshalb im Nordwestkeller des physikalischen Instituts

vorgenommen, dem ein Isolierraum vorgelagert war. Außerdem wurden die doppelten Kellerfenster dadurch gegen Strahlung und Wärmeleitung geschützt, daß sie außen mit Staniol und innen mit einem dichten Strohpolster belegt wurden. Es war zwar unmöglich, die großen Temperaturänderungen der wechselnden Jahreszeiten von dem Versuchsraum abzuhalten; aber immerhin blieb mehrere Wochen hindurch die Temperatur bis auf $\pm {}^1/_{20}{}^0$ konstant. Abgelesen wurde die Temperatur an einem in ${}^1/_{10}{}^0$ geteilten Thermometer, das dicht beim Apparat aufgehängt war.

3. Die Berechnung der Versuchsergebnisse.

Die Berechnung der Versuchsergebnisse erfolgte nach der Poiseuilleschen Formel ohne Anwendung der Hagenbachschen Korrektion, da ein Einfluß der Rohrlänge auf die Durchflußzeiten nicht bemerkbar war (s. weiter unten). Dagegen mußte eine andere Korrektion eintreten, und zwar für den Einfluß der weiten Röhrenteile C_1 und C_2, sowie der Übergangsstellen von denselben nach D. Die Korrektion geschah nach der von R. Reiger[1]) aufgestellten Formel.

Ist:

p = der abgelesene Druck in cm Hg,

p' = der korrigierte Druck, d. h. der auf D entfallende Anteil am Gesamtdruck.

r = Radius der beiden gleich weiten Teile C_1, C_2[2]),

L = Länge der Substanzsäule in denselben,

R = Radius der engen Röhre D,

l = Länge der engen Röhre D,

Δ_1 = Länge der Übergangsstelle C_1 nach D,

Δ_2 = Länge der Übergangsstelle von D nach C_2,

$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$, dann ist:

[1]) R. Reiger a. a. O., S. 991.

[2]) Bei allen Röhren war $r = 2{,}5$ cm.

$$p' = \frac{p}{1 + \frac{R^4}{r^4} \cdot \frac{L}{l} + \frac{R^4 \cdot \Delta}{3(r-R) \cdot l} \left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{r^3} \right)}$$

Weiter war zu beachten, daß nicht nur der am Manometer abgegebene Druck p_1 zur Wirkung auf die Substanz gelangte, sondern auch der Druck p_2 der Quecksilbersäule in C_2, der von E bis zum unteren Niveau der darauf ruhenden Substanzsäule reichte; ferner noch der Druck p_3 der Substanzsäule selbst, so daß p sich additiv ergab aus

$$p = p_1 + p_2 + p_3.$$

Diese Summierung der Drücke hätte vermieden werden können, indem man die Röhren statt vertikal horizontal anbrachte. Aber dann hätte man den weit größeren Nachteil gehabt, daß nach den Gesetzen der Hydrostatik die Grenzfläche zwischen dem spezifisch viel schwereren Quecksilber und dem Kolophoniumgemisch sich ebenfalls im Laufe der langen Versuche horizontal einzustellen gesucht hätte, wie frühere Versuche gezeigt hatten. Bei Gemischen von weniger hoher Zähigkeit hätte das Quecksilber sogar in die Röhre D eindringen können. Auf alle Fälle hätten sich aber große Beobachtungsfehler ergeben, wie R. Reiger bewiesen hat. Im übrigen wurde p_2 immer gleich groß gemacht, so daß es von vornherein bei der Einstellung des Druckes berücksichtigt werden konnte. p_3 fiel prozentual sehr klein aus, da das spezifische Gewicht der Substanz nur rund 1 war. Die Änderung von p_2 während eines Versuches betrug gewöhnlich nur Bruchteile eines Millimeters, konnte daher vernachlässigt werden.

Im folgenden werden nun die Versuche und deren Ergebnisse mitgeteilt. Die Bezeichnungsweise ist dieselbe, wie im ersten Abschnitt. Auch das Verfahren bei den Untersuchungen war dasselbe. Zuerst wurden die Reibungskoëffizienten bei einer Anzahl Konzentrationen festgestellt und dann zur Prüfung des Poiseuilleschen Gesetzes geschritten.

A. Bestimmung von η bei verschiedenen Konzentrationen.

Der Reibungskoëffizient wurde bestimmt bei Konzentrationen von 30, 60, 70, 80 und 90 Gewichtsprozenten Kolophoniumgehalt. Die Gemische von 30 und 60% waren so wenig zähe, daß bei ihnen noch die Methode nach Haffner angewendet werden konnte. Bei 70% wurde zur Reibungsröhre nach R. Reiger gegriffen, und bei 80% mußte auch zu hohem Druck übergegangen werden, um nicht allzulange Ausflußzeiten zu erhalten. Reines Kolophonium (100%) konnte leider nicht untersucht werden, da es beim Erkalten in den Röhren regelmäßig sprang und seine Homogenität einbüßte. Doch ließ sich aus der Kurve, welche die Resultate bei niedrigen Konzentrationen wiedergibt, der Wert für η wenigstens der Größenordnung nach bestimmen. Bei jeder Konzentration wurden 5 Versuche ausgeführt, aus denen dann das arithmetische Mittel genommen wurde.

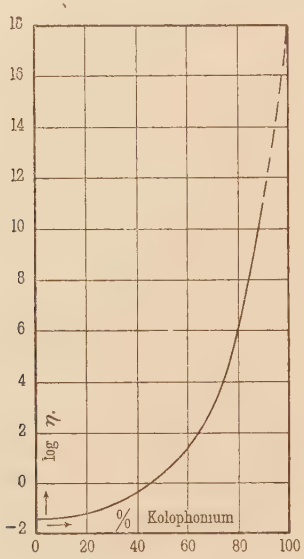
Tabelle 5 und Kurventafel 2 geben die gefundenen Werte wieder.

Tabelle 5.

% Gehalt an Kolophonium	s	τ^0	R	l	p	t	V	η
0	0,870	7,1	0,0276	19,2	142	332,4	28,41	$1{,}945 \cdot 10^{-2}$
30	0,926	7,1	0,0803	30,1	142	110,6	55,53	$1{,}508 \cdot 10^{-1}$
60	0,995	7,1	0,152	30,0	142	1960	55,53	$3{,}43 \cdot 10^{1}$
70	1,016	7,1	0,23	20,1	142	600	2,10	$2{,}2 \cdot 10^{3}$
80	1,038	7,1	0,75	19,9	1324	3600	3,15	$9{,}2 \cdot 10^{6}$
90	1,058	7,1	1,26	20,2	1965	360000	0,29	$4{,}7 \cdot 10^{11}$
100	1,078	7,1	—	—	—	—	—	$1 \cdot 10^{18}$

Die Kurve gibt lg η als Funktion der Konzentration, da die direkten Werte von η sehr schnell so hoch werden, daß sie sich nicht mehr auftragen lassen. Die Kurve steigt zuerst lang-

Kurventafel 2.



sam, dann sehr schnell an. Aus ihr wurde durch Extrapolation η bei reinem Kolophonium (100 %) zu $1 \cdot 10^{18}$ gefunden. Der Wert stimmt gut überein mit dem von R. Reiger[1]) aus dem Elastizitätskoëffizienten und der Relaxationszeit erhaltenen. Er fand für reines Kolophonium:

$$\eta = 6 \cdot 10^{15} \text{ bei } \tau = 20^0$$

$$\eta = 3 \cdot 10^{16} \text{ bei } \tau = 15^0,$$

während der durch Extrapolation auf Kurventafel 2 gefundene Wert ist

$$\eta = 1 \cdot 10^{18} \text{ bei } \tau = 7{,}1^0.$$

Berücksichtigt man, daß bei abnehmender Temperatur die innere Reibung von Kolophonium sehr stark zunimmt, so können

[1]) R. Reiger, über innere Reibung plastischer und fester Körper, Erl. Diss. 1901.

diese nach verschiedenen Methoden gefundenen Werte als recht gut übeinstimmend bezeichnet werden.

Diese Versuche haben also gezeigt, daß η mit dem Kolophoniumzusatz stark ansteigt, besonders bei höheren Konzentrationen.

Die Prüfung des Poiseuilleschen Gesetzes.

Es wurde jetzt dazu übergegangen, das Poiseuille'sche Gesetz zu prüfen. Dazu wurde nacheinander der Einfluß von Durchströmgeschwindigkeit, Rohrlänge und Röhrendurchmesser untersucht. Zunächst wurde ein Gemisch benutzt, dessen η bei der Temperatur, die während des Versuches herrschte, von der Größenordnung 10^5 war. Als solches wurde ein Gemisch mit $80\,\%$ Kolophoniumgehalt ermittelt.

a) Einfluß der Durchströmgeschwindigkeit.

Zur Prüfung desselben wurde eine Röhre von $R = 0{,}49$ cm, $l = 10{,}5$ an den Apparat angeschlossen und die Ausflußmengen bei Drucken von 10 bis 160 cm Hg = 136 bis 2172 cm Wassersäule gemessen. Um möglichst übersichtliche Resultate zu erhalten, wurde vorläufig angenommen, daß das Poiseuillesche Gesetz vom Druck unabhängig sei. Wurde dann die Zeit t dem Drucke umgekehrt proportional genommen, so mußten die Ausflußvolumina V bei jedem Druck gleich bleiben. Daß dies wirklich so ist, zeigt Tabelle 6, in der wieder die Mittelwerte aus je 5 Versuchen gegeben werden. Die Temperatur war $\tau = 11{,}6^0$. v ist die Durchströmgeschwindigkeit in der Röhrenachse, in cm pro Sek.

Tabelle 6.

p	136	272	544	1088	2172
V	4,07	4,09	4,08	4,08	4,07
t	7200	3600	1800	900	450
$v \cdot 10^{-4}$	1,1	2,2	4,4	8,8	17,5

Die Ausflußmengen waren innerhalb der Versuchsfehler konstant. Ein Einfluß der Durchströmgeschwindigkeit konnte nicht ermittelt werden, trotzdem dieselbe von $1{,}1 \cdot 10^{-4}$ bis auf $17{,}5 \cdot 10^{-4}$ cm pro Sek. anwuchs. Dieses Resultat stimmt mit dem bei Terpentinöl und anderen Flüssigkeiten gefundenen überein.

Die Durchströmgeschwindigkeit ist also in sehr weiten Grenzen ohne Einfuß auf die Größe von η.

b) Einfluß der Röhrenlänge.

Um den Einfluß der Röhrenlänge zu prüfen, wurde von derselben Glasröhre 4 Stücke von ca. 2,5; 5; 10; 20 cm Länge heruntergeschnitten und als Reibungsröhren eingeschmolzen. Sie wurden dann gleichzeitig gefüllt, an den Apparat angeschlossen und beobachtet. Um wieder möglichst gleiche Durchflußvolumina zu erhalten, wurden die Durchflußzeiten indirekt proportional den Längen gewählt, so daß p. l = const. war. Die Versuchsgrößen ergaben sich zu:

$$\tau = 11{,}5^0; \quad R = 0{,}49 \text{ cm};$$

$$p = 144{,}4 \text{ cm Hg} = 1965 \text{ cm } H_2O.$$

In Tabelle 7 sind die erhaltenen Werte niedergelegt, welche die Mittel aus je 5 Versuchen darstellen.

Tabelle 7.

l	2,4	5,3	10,1	20,6
t	225	450	900	1800
V	7,51	6,87	7,13	7,01
$\eta \cdot 10^5$	5,71	5,73	5,70	5,71

Ein Einfluß der Röhrenlänge ist nicht bemerkbar; die Reibungskoëffizienten zeigen keine Änderung, die nicht innerhalb der Beobachtungsfehler liegt;

ein Beweis, daß bei so hohen Zähigkeiten die Grenze der Länge jedenfalls so weit nach unten gerückt ist, daß sie praktisch überhaupt nicht mehr erkennbar ist.

c) Einfluß der Röhrenweite.

Der Einfluß der Röhrenweite war in zwei Richtungen zu untersuchen; einmal bei wachsendem Durchmesser zum Aufsuchen einer oberen Grenze, und dann bei abnehmendem Durchmesser zum Aufsuchen einer unteren Grenze.

α) Aufsuchen einer oberen Grenze.

Zu diesen Beobachtungen wurde wieder ein Gemisch mit 80% Kolophoniumgehalt benutzt, dessen η bei 11,8° von der Größenordnung 10^5 war. Mit diesem Gemisch wurden vier Röhren von annähernd gleicher Länge gleichzeitig gefüllt und an den Apparat gesetzt.

Die aus zahlreichen Beobachtungen gefundenen Mittelwerte sind in Tabelle 8 verzeichnet.

Tabelle 8.

τ^0	R	l	p	t	V	$\eta \cdot 10^5$
11,7	1,52	10,1	1965	60	49,10	4,91
11,7	1,01	10,2	1965	300	55,2	4,93
11,8	0,53	9,9	1965	600	7,25	4,72
11,8	0,34	9,8	1965	1200	2,52	4,76

Die Beobachtungen wurden zwar möglichst rasch hintereinander vorgenommen, um sie bei möglichst gleicher Temperatur zu machen; dennoch konnte nicht verhindert werden, daß die Versuche der 3. und 4. Reihe der Tabelle bei einer um 0,1° höheren Temperatur vorgenommen werden mußten, da über Nacht ein starkes Steigen der Außentemperatur eingetreten war, das sich auch im Keller fühlbar machte. Den-

noch erscheinen die Versuche als gut brauchbar, da sie deutlich erkennen lassen, daß im Gegensatz zu den Verhältnissen bei dem dünnflüssigen Terpentinöl bei wachsendem Radius kein Ansteigen von η stattfindet. Leider war es nicht möglich, den Durchmesser der Röhren über 3 cm zu steigern. Immerhin wurde aber festgestellt, daß eine obere Grenze des Poiseuilleschen Gesetzes bei sehr zähen und plastisch-festen Substanzen jedenfalls sehr weit gesteckt ist. Das ist darauf zurückzuführen, daß hier keine Wirbel auftreten können, die bei dünnflüssigen Medien den Ausfluß verzögern.

β) Aufsuchen einer unteren Grenze.

Nun wurde versucht, eine untere Grenze aufzufinden. Die dahin zielenden Beobachtungen wurden bei drei Konzentrationen vorgenommen, deren η von der Größenordnung 10^5, 10^7 und 10^9 war. Es waren dies Gemische von 80, 85 und 90% Kolophoniumgehalt. Da bei diesen Versuchen recht enge Röhren verwandt wurden, waren die Ausflußzeiten oft viele Tage lang, und es bot nicht geringe Schwierigkeiten, die Temperatur dabei konstant zu halten. Viele Versuchsreihen wurden trotz aller Vorsicht durch Temperaturschwankungen unbrauchbar gemacht.

Die zur Verwendung kommenden Röhren wurden sorgfältig ausgemessen, die weiteren mit einer Kolumbusschublehre mit feinen Meßschneiden, die an einer Mikrometerschraube geeicht war; die engeren in der üblichen Weise durch Auswiegen mit Quecksilber.

Beim Einfüllen der Röhren wurde mit ganz besonderer Vorsicht verfahren, um zu vermeiden, daß verschieden zähe Gemische in die einzelnen Röhren gelangten. Deshalb wurde immer soviel Lösung zubereitet, daß sämtliche zu einer Versuchsreihe dienenden Röhren auf einmal gefüllt werden konnten,

und dann das Einfüllen rasch hintereinander vorgenommen, damit möglichst wenig verdampfte. Zur Kontrolle wurde dann beim Beginn und am Ende des Einfüllens eine Probe der Lösung entnommen, deren spezifisches Gewicht bestimmt wurde. In keinem Fall ergab sich eine nennenswerte Abweichung. Nachstehend sei ein Beispiel einer solchen Kontrolle wiedergegeben, die bei einer 80%igen Lösung vorgenommen wurde. s_1 und s_2 sind die spez. Gewichte bei Beginn und beim Schluß des Einfüllens:

$$s_1 = 1{,}0380;\ s_2 = 1{,}0380.$$

Die Konzentration hatte sich also nicht geändert.

Die Bestimmung des spez. Gewichtes der Lösung diente aber nicht nur dazu, eine etwaige Änderung der Konzentration festzustellen, sondern auch, um zu kontrollieren, ob die gewünschte Konzentration überhaupt vorhanden war. Da Versuche ergeben hatten, daß das spezifische Gewicht der Gemische eine gradlinige Funktion der Konzentration war, so hatte man nur nötig, auf einem Stück Millimeterpapier in möglichst großem Maßstab als Abscissen die spezifischen Gewichte, als Ordinaten die Konzentrationen aufzutragen, dann die betreffenden Punkte für Terpentinöl und Kolophonium einzuzeichnen und zwischen beiden eine Gerade zu ziehen. Hatte man das spez. Gew. einer gegebenen Lösung bestimmt, so konnte man ohne weiteres die zugehörige Konzentration ablesen. Von dieser einfachen und sicheren Kontrolle wurde eingehender Gebrauch gemacht, besonders bei den Bestimmungen von η bei verschiedenen Konzentrationen.

Zu jeder Versuchsreihe, die zur Auffindung einer unteren Grenze des Poiseuilleschen Gesetzes gemacht wurde, kamen mindesten sechs Röhren zur Verwendung. Von der weitesten Röhre war aus früheren Versuchen bekannt, daß bei ihr das Poiseuillesche Gesetz noch sicher galt.

In den nun folgenden Tabellen und in Kurventafel 3 sind die Versuchsresultate wiedergegeben, bei $\eta = 10^5$ und 10^7 als Mittelwerte einer Reihe von Beobachtungen, bei 10^9 ausführlich.

1. $\eta = 10^5$.

Tabelle 9.

τ^0	R	l	p	t	V	$\eta \cdot 10^5$
11,8	0,340	9,8	1965	1200	2,62	4,8
11,8	0,150	10,1	1965	216000	17,51	4,8
11,7	0,100	10,0	1965	216000	1,64	4,6
11,8	0,030	10,1	1965	720000	0,556	7,9
11,8	0,018	9,9	1965	1440000	0,0056	23
11,8	0,010	9,8	1965	3 Wochen	0,0000	∞ [1])

2. $\eta = 10^7$.

Tabelle 10.

τ^0	R	l	p	t	V	$\eta \cdot 10^7$
11,3	1,525	25,1	2040	600	2,28	4,20
11,3	1,019	15,9	2040	1800	2,30	4,21
11,3	0,746	16,0	2040	900	0,329	4,25
11,3	0,576	15,1	2040	18000	1,972	4,22
11,3	0,364	15,8	2040	46800	0,755	5,22
11,3	0,257	15,2	2040	43200	0,149	6,59
11,3	0,158	15,1	2040	173500	0,023	19,9
11,3	0,117	15.4	2040	3 Wochen	0,000	∞ [1])

3. $\eta = 10^9$.

Hier sollen die ausführlichen Tabellen der Versuche ge-

[1]) Das Experiment gibt hier lediglich $\eta > 23$; aus den weiter unten angeführten Gründen ist jedoch $\eta = \infty$ gesetzt.

geben werden; η_m bedeutet den Mittelwert, der sich für η aus jeder Tabelle ergibt.

Tabelle 11.

$\tau = 12{,}2^0$; R = 1,525; l = 25,1; p = 2040.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
16200	0,331	4,60
16200	0,330	4,60
16200	0,332	4,59
16200	0,332	4,59

$\eta_m = 4{,}59 \cdot 10^9$.

Tabelle 12.

$\tau = 12{,}3^0$; R = 1,241; l = 15,9; p = 2040.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
43200	11,21	4,52
43200	11,22	4,51
43200	11,18	4,55
43200	11,20	4,53

$\eta_m = 4{,}54 \cdot 10^9$.

Tabelle 13.

$\tau = 12{,}3^0$; R = 1,019; l = 15,9; p = 2040.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
86400	1,006	4,65
173000	2,060	4,58
173000	2,059	4,57
173000	2,060	4,58

$\eta_m = 4{,}59 \cdot 10^9$.

Tabelle 14.

$\tau = 12{,}3^0$; R = 0,746; l = 16,0; p = 2040.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
258000	0,747	5,70
258000	0,756	5,61
258000	0,761	5,58
258000	0,761	5,58

$\eta_m = 5{,}62 \cdot 10^9$.

Tabelle 15.

$\tau = 12{,}3^0$; R = 0,576; l = 15,1; p = 2040.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
171000	0,129	7,91
171000	0,130	7,88
171000	0,129	7,91
171000	0,128	7,93

$\eta_m = 7{,}91 \cdot 10^9$.

Tabelle 16.

$\tau = 12{,}3^0$; R = 0,364; l = 15,8; p = 2040.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
350000	0,0869	25,2
350000	0,0863	25,3
350000	0,0866	25,2
350000	0,0868	25,2

$\eta_m = 25{,}2 \cdot 10^9$.

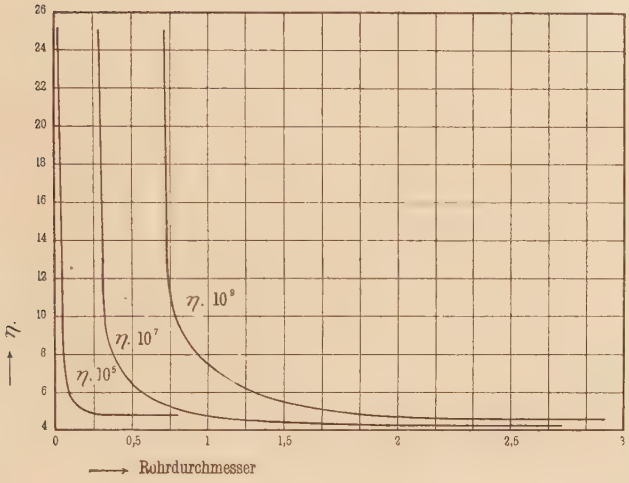
Tabelle 17.

$\tau = 12{,}3^0$; R = 0,209; l = 15,9; p = 2040.

Nach 3 Wochen war noch kein Durchfluß erfolgt; daher:

$$\eta = \infty.$$

Kurventafel 3.



Aus obigen Tabellen und aus Kurventafel 3 ergibt sich ein sehr starkes Ansteigen von η, sobald der Radius unter ein bestimmtes Maß sinkt.

Die betreffenden Grenzwerte der Radien sind:

bei $\eta = 10^5$ R = 0,1

$\eta = 10^7$ R = 0.5

$\eta = 10^9$ R = 1,0.

Bis zu diesen Radien kann man das Poiseuillesche Gesetz als sicher gültig annehmen.

Unterhalb dieser Grenzen erfolgt das Ansteigen von η außerordentlich rasch; die Kurven, welche es wiedergeben, haben den Charakter einer e-Funktion. Schließlich wird $\eta = \infty$, und zwar bei einem endlichen Werte des Radius, während nach dem

Poiseuilleschen Gesetze η erst bei $R = 0$ unendlich groß werden dürfte. Der Sprung, den η von einem endlichen Werte zu einem unendlich großen macht, erfolgt

bei $\eta = 10^5$ zwischen $R = 0{,}018$ und $R = 0{,}010$;
bei $\eta = 10^7$ zwischen $R = 0{,}158$ und $R = 0{,}117$;
bei $\eta = 10^9$ zwischen $R = 0{,}364$ und $R = 0{,}209$.

Diese Abweichungen vom Poiseuilleschen Gesetz sind prinzipieller Natur und lassen sich nicht erklären durch bei Aufstellung der Formel vernachlässigte Restglieder. Sie können eine Erklärung nur finden in den elastischen Eigenschaften der Substanz.

Daß wirklich der Radius und nicht etwa die Geschwindigkeit der Strömung maßgebend ist, zeigen die

Versuche bei niederem Druck.

Frühere Versuche (siehe oben) haben Unabhängigkeit vom Druck ergeben bei Röhrenweiten, die weit oberhalb der „kritischen“ liegen. Im folgenden soll untersucht werden, ob diese Unabhängigkeit auch besteht bei Radien, die dicht an der Grenze stehen und bei solchen, wo η bereits steigt, oder ob hier eine Änderung des Druckes ein Verschieben der Gültigkeitsgrenzen hervorruft. Diese Versuche wurden bei zwei Lösungen vorgenommen, bei denen $\eta = 10^9$, bezw. $= 10^6$ war. Es wurde je eine Röhre dazu verwandt, die schon bei hohem Druck beobachtet worden war. Die erste hatte dabei einen Wert ergeben, der gerade an der Grenze stand, bei der zweiten hatte sich schon ein starkes Steigen von η bemerkbar gemacht. Die beiden Röhren wurden je drei Tage in

vertikaler Lage aufbewahrt, damit die inneren Spannungen abklingen könnten und dann beobachtet. Tabelle 18 und 19 geben die erhaltenen Werte.

Tabelle 18.

$\tau = 12{,}2^0$; R = 1,019; l = 15,9; p = 256.

t	V	$\eta \cdot 10^9$
84600	0,129	4,35
169200	0,253	4,37
169200	0,256	4,36
169200	0.257	4,36

$$\eta_m = 4{,}36 \cdot 10^9.$$

Unter hohem Druck war bei derselben Röhre $\eta = 4{,}59 \cdot 10^9$. Zieht man jedoch in Betracht, daß die Temperatur inzwischen um $^1/_{10}{}^0$ gefallen war, so stimmen die beiden Werte gut überein.

Tabelle 19.

$\tau = 11{,}3^0$; R = 0,257; l = 15,2; p = 256.

t	V	$\eta \cdot 10^7$
42300	0,0186	6,59
42300	0,0187	6,59
42300	0,0187	6,58
42300	0,0185	6,59

$$\eta_m = 6{,}59 \cdot 10^7.$$

Auch hier hat sich nichts geändert; der Wert für $\eta = 6{,}59 \cdot 10^7$ bei p = 2040 wurde wieder erhalten. Also konnte auch hier kein Einfluß des Druckes festgestellt werden,

und die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes ist mithin allein abhängig vom Radius.

Resultate.

Die wichtigsten Resultate des 2. Abschnittes lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

Die innere Reibung von Kolophonium-Terpentinölgemischen nimmt mit dem Gehalt an Kolophonium außerordentlich schnell zu.

Z. B. war bei

$$80\%\ \eta = 9{,}2 \cdot 10^6,$$
$$90\%\ \eta = 4{,}7 \cdot 10^{11}.$$

Die Temperatur ist von sehr großem Einfluß auf die innere Reibung sehr zäher und plastisch-fester Körper; bei einer Temperaturabnahme von 11,8° auf 7,1° stieg η um das 18fache, nämlich von $4{,}8 \cdot 10^5$ auf $92 \cdot 10^5$.

Auf die Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes sind Durchströmungsgeschwindigkeit und Röhrenlänge ohne Einfluß. Ebenso konnte, im Gegensatze zu dem dünnflüssigen Terpentinöl, keine obere Grenze für den Radius gefunden werden. Dagegen wurde eine untere Grenze ermittelt, bei der das Poiseuillesche Gesetz zu gelten aufhört. Diese Grenze liegt um so höher, je zäher die Versuchssubstanz ist. Schließlich wird bei einem sehr kleinen Radius $\eta = \infty$, im Widerspruch mit dem Poiseuilleschen Gesetze, nach dem erst für $R = 0$ $\eta = \infty$ werden darf.

Diese Abhängigkeit vom Radius läßt sich nach R. Reiger[1]) erklären auf Grund der Maxwellschen Relaxationshypothese

[1]) Wird nächstens in den Ber. d. physik.-med. Soc. Erlangen veröffentlicht werden.

unter Berücksichtigung der Elastizitätsverhältnisse der Wand. Bezeichnet man den nach Poiseuille experimentell gefundenen Reibungskoëffizienten mit η', so besteht zwischen diesen „scheinbaren Reibungskoëffizienten“ und dem wahren η die Beziehung:

$$\eta' = \frac{\eta}{1 - \frac{a}{R}}.$$

Darnach wird $\eta' = \infty$, sobald $R = a$ wird.

Zum Schlusse ist es mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer Herrn Professor Dr. E. Wiedemann auch an dieser Stelle meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen, ebenso Herrn Professor Dr. A. Wehnelt und Herrn Privatdozenten Dr. R. Reiger.

Lebenslauf.

Ich, Karl Christian Heinrich Glaser, prot. Konfession, bin geboren zu Kaiserslautern am 20. Oktober 1880 als Sohn des Essigfabrikanten Christian Glaser und seiner Ehefrau Katharina, geb. Graf. Im Jahre 1900 absolvierte ich das hum. Gymnasium Kaiserslautern und studierte dann in München, Würzburg und Berlin Jura und Ingenieurwissenschaften, nachdem ich das Studium der Medizin aus gesundheitlichen Gründen hatte aufgeben müssen. Im Herbst 1905 bezog ich die Universität Erlangen, wo ich im physikalischen Institut unter Herrn Prof. Dr. E. Wiedemann gearbeitet habe